



ALUMNO:

EPS

Asignatura: (G0900013 - Ecuaciones diferenciales ordinarias)

Curso: 2025/2026
Semestre: 1

Examen: Parcial
Convocatoria: Ordinaria

Fecha: 21-10-24

Ejercicio 1 (4 pt): Sea el problema de valor inicial $y' = y - \frac{y^2}{4} - c$, $y(x_0) = y_0$

- Encontrar los equilibrios en función de c (soluciones constantes). ¿Cuántos son?
- Estudiar el comportamiento de las soluciones:
 - Hallar posibles asíntotas y monotonía de las soluciones.
 - Encontrar y definir las regiones del plano $U \subset \mathbb{R}^2$ tal que si $(x_0, y_0) \in U$ entonces la solución también está contenida en dicha región.
- Hallar analíticamente la solución en forma implícita y explícita para $c = 1$.
- Hallar todas las soluciones para los siguientes valores iniciales y definir su dominio:
$$\begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 1 \end{cases}$$
- Suponiendo que la EDO es un modelo poblacional utilizado para ganadería, que comportamiento tienen las soluciones. ¿Es sostenible la actividad?

Ejercicio 2 (3 pt): Responde las siguientes cuestiones. Justifica las respuestas.

- Sea una ecuación diferencial $y' = g(y)$. ¿Es invariante por traslación en x ?
(Si $y(x)$ es una solución, entonces también lo es $y(x + X)$, para todo $X \in \mathbb{R}$)
- Sea la ecuación lineal homogénea de orden n :
$$y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \dots + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0,$$
¿Tiene infinitas soluciones distintas que se anulan en un punto x_0 ?
- Sea la ecuación lineal homogénea de orden n con coeficientes constantes.
¿Las soluciones son invariantes por simetría?
(Para toda solución $y(x)$ se cumple que $y(-x)$ también es solución)
- Dado el campo vectorial $\mathbf{F}(x, y) = (x^2 + y^2, 2xy)$, determina una ecuación diferencial cuyas curvas solución sean tangentes a dicho campo en cada punto del plano.
- El conjunto de soluciones de una ecuación diferencial lineal homogénea de orden n con coeficientes continuos es un espacio vectorial de dimensión n . Si se imponen $k \leq n$ condiciones de valor inicial (por ejemplo $y(x_0) = \alpha_1, y'(x_0) = \alpha_2, \dots$).
¿Cuál es la dimensión del espacio generado por las soluciones?
- Describe el método de variación de constantes y de coeficientes indeterminados para ecuaciones lineales no homogéneas. ¿Cuándo se usan?



Ejercicio 3 (3 pt): Resolver las ecuaciones diferenciales indicando el método aplicado:

a. $y^{(4)} + 2y'' + y = e^x + e^{2x}$

b. $y' = \frac{x^2 + y^2}{xy}$

c. $3x^2y + 4xy^2 + (x^3 + 4x^2y + 9y^2)y' = 0.$

d. $y' + \frac{y}{x} = 1$