



ALUMNO:

EPS

Asignatura: (G0900013 - Ecuaciones diferenciales ordinarias)

Curso: 2024/2025

Examen: Final

Fecha: 14-01-2024

Semestre: 1

Convocatoria: Ordinaria

**Ejercicio 1:** Estudiar los puntos de equilibrio y la estabilidad de una ecuación lineal homogénea de orden dos con coeficientes constantes  $y'' + py' + qy = 0$  donde  $p, q \in \mathbb{R}$

- Hallar el cambio de variable para expresar la ecuación como un sistema lineal.
- Determinar para que valores de  $p$  y  $q$  hay estabilidad/inestabilidad.
- Determinar para que valores de  $p$  y  $q$  el punto es un atractor/repulsor.
- Determinar para que valores las orbitas en el plano de fases son periódicas o espirales.
- Aplicar los apartados anteriores para determinar la estabilidad de la ecuación del ejercicio 2.

**Ejercicio 2:** Sea la ecuación  $y'' + 16y = 0$ :

- Enunciar el resultado que garantiza que las soluciones sean analíticas en 0 y su radio de convergencia.
- Encontrar las soluciones en forma de series de potencias centradas en 0. Calcular el radio de convergencia.
- Dadas las siguientes condiciones de frontera, hallar las soluciones especificando si hay existencia y unicidad:
  - $y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
  - $y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0$
  - $y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

**Ejercicio 3:** Sea la ecuación  $3xy'' + y' - y = 0$ :

- Hallar las singularidades de la ecuación.
- Enunciar el resultado que garantiza que las soluciones sean analíticas en 0.
- Hallar la ecuación indicial del problema.



**Ejercicio 4:** Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

a.  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

b.  $y' = (1 - y)y - c$

c.  $x^2 + 3y^2 - 2xy y' = 0$

d.  $y'' - 4y' - 12y = 3e^{5t}$

**Ejercicio 5:** Dada la ecuación del ejercicio 4.a

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- Hallar todos los equilibrios.
- Estudiar la estabilidad.
- Dibujar el plano de fases.
- Representar la órbita de la solución del PVI en el intervalo  $[0, \infty)$ :

$$\begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$