



ALUMNO:

EPS

Asignatura: (G0900013 - Ecuaciones diferenciales ordinarias) [OBJ]

Curso: 2024/2025

Examen: [OBJ] Parcial

Fecha: 29-10-24

Semestre: 1

Convocatoria: Ordinaria

Ejercicio 1 (2.5 pts): Sea el problema de valor inicial $y' = \frac{x}{y}$, $y(x_0) = y_0$

- Definir el campo de direcciones asociado a la EDO y el determinar el conjunto de curvas isoclinas.
- Representar en el plano cartesiano el campo y las isoclinas.
- Estudiar el comportamiento de las soluciones:
 - Hallar posibles asíntotas y monotonía de las soluciones.
 - Encontrar y definir las regiones del plano $U \subset \mathbb{R}^2$ tal que si $(x_0, y_0) \in U$ entonces la solución también está contenida en dicha región.
- Hallar analíticamente la solución en forma implícita y explícita.
- Hallar todas las soluciones para los siguientes valores iniciales. y definir su dominio:
 - $\begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 1 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$
- Suponiendo que la EDO modeliza el comportamiento de dos especies animales x e y , describir la relación entre las dos especies.

Ejercicio 2 (2.5 pts): Hallar el conjunto de soluciones de las siguientes ecuaciones diferenciales elementales especificando el método de resolución aplicado:

- $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$
- $3x^2y + 4xy^2 + y'(x^3 + 4x^2y + 9y^2) = 0$
- $y^{(4)} - y = 0$
- $y^{(4)} - 1 = 0$
- $xy' + y = y^2 \ln(x)$

Ejercicio 3 (2.5 pts): Sea $g(x)$ una función con derivada continua en \mathbb{R} hallar la solución general de la siguiente ecuación diferencial aplicando variación de las constantes:

$$y''' - y'' - y' + y = g(x)$$



Ejercicio 4 (2.5 pts): Demostrar si las siguientes afirmaciones son ciertas:

- a. Las funciones e^x, xe^x, x^2e^x son linealmente independientes.
Las funciones $y = x^3, z = |x^3|$ son linealmente independientes.
- b. Dadas dos soluciones y_1, y_2 de una ecuación diferencial lineal de orden superior completa:
$$y^n + a_{n-1}(x)y^{n-1} + \dots + a_0(x)y = b(x)$$
Hallar una solución de la ecuación homogénea asociada.
- c. $y = 1/x$ es solución de la ecuación diferencial $x^2y'' - 2xy' - 4y = 0$
Se puede emplear el cambio de variable $y = z(x)/x$ para reducir el orden de la ecuación anterior.
- d. Dada una EDO lineal:

$$y' = f(x)y$$

donde f es periódica con periodo T , es decir:

$$f(x + T) = f(x)$$

1. Sea $y(x)$ una solución del PVI en x_0, y_0 entonces existe una constante A tal que

$$y(x_0 + nT) = A^n y(x_0) \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

2. El comportamiento asintótico de la función depende únicamente del valor del parámetro A .